অধ্যায়-৩ গতি ও গতির সমীকরণ

SOS অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১. গতির সমীকরণগুলো লেখ।** বাকাশিবো- ২০০৪, ০৫'পরি, ০৭, ১১, ১২, ১৫

উত্তর ঃ i) গতির ১ম সমীকরণ ঃ $s = (\frac{u+v}{2})t$

$\Rightarrow S = Vt$ [গড়বেগ, $V = \frac{u+v}{2}$]

ii)গতির ২য় সমীকরণ ঃ $v = u + at$

iii)গতির ৩য় সমীকরণ ঃ $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

iv)গতির ৪র্থ সমীকরণ ঃ $v^2 = u^2 + 2as$

**** ২. সরণ, ত্বরণ, আদিবেগ ও শেষবেগের মধ্যে সম্পর্ক কি?**

উত্তর ঃ আমরা জানি, গতির ৪র্থ সমীকরণ ঃ

(শেষবেগ)^2 = (আদিবেগ)^2 + 2 × ত্বরণ × সরণ

$\Rightarrow v^2 = u^2 + 2as$

***** ৩। তাৎক্ষণিক বেগ বলতে কি বুঝায়?** বাকাশিবো- ২০২১, ২৩, ২৩'পরি, ২৫

উত্তর ঃ কোনো বস্তু পরিবর্তনশীল এবং অসমবেগে চলতে থাকলে বিভিন্ন সময়ে প্রাপ্ত গড়বেগের মান নির্দিষ্ট থাকে না। এক্ষেত্রে কোনো নির্দিষ্ট মুহূর্তে কণাটির বেগকে তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

SOS সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

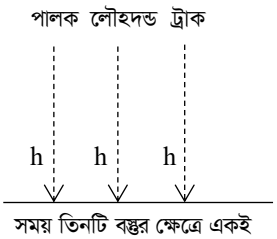
***** ১। পড়ন্ত বস্তুর সূত্র কয়টি? পড়ন্ত বস্তুর সূত্রগুলো গাণিতিক ব্যাখ্যাসহ বিবৃত কর।** **DUET 2006-07,**

বাকাশিবো- ২০০৪, ০৫'পরি, ০১ ১০, ১১, ১২, ১৩, ১৪'পরি, ১৭, ১৯'পরি, ২১, ২১'পরি

উত্তর ঃ পড়ন্ত বস্তুর সূত্র তিনটি।

সূত্রের ব্যাখ্যা নিম্নরূপ ঃ

প্রথম সূত্র ঃ স্থির অবস্থান থেকে এবং একই উচ্চতা থাকে বিনা বাধায় পড়ন্ত সকল বস্তু সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করে। স্থির অবস্থান থেকে পালক, লৌহ দন্ড ও একটি ট্রাক একই উচ্চতা থেকে ছেড়ে দেয়া হয়, তাহলে বস্তুত্রয় সমান সময়ে ভূমিতে এসে পৌঁছাবে, যদি অভিকর্ষজ ত্বরণ ব্যতীত বাতাস বা অন্য কোন বাঁধা না থাকে।



দ্বিতীয় সূত্র ঃ স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাঁধায় পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক।

$\therefore$ অর্জিত বেগ $\propto$ পতন কাল

$\Rightarrow v \propto t$

যদি ১ম সেকেন্ডে বেগ v_1 হয়, ২য় সেকেন্ডে বেগ v_2 হবে। সুতরাং t সেকেন্ড পরে যদি বস্তুর বেগ যথাক্রমে v_1 ও v_2 হলে, উচ্চতা বা সরণ একই হবে। $h = \frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \text{constant}$

তৃতীয় সূত্র ঃ স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাঁধায় পড়ন্ত বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

দূরত্ব $\propto$ (পতনকাল)^2

$\Rightarrow h \propto t^2$

১ম সেকেন্ডে উচ্চতা $h \times 1^2 = h$ হয়, তাহলে ২য় সেকেন্ডে উচ্চতা $h \times 2^2 = 4h$ হবে।

সুতরাং গাণিতিক সম্পর্ক, $\frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ (constant)

*** ২। প্রমাণ কর যে, $v^2 = u^2 + 2as$ (যেখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে)

বাকাশিবো- ১৯৯৮, ৯৯, ০২'পরি, ০৩, ০৬, ০৭, ০৮, ০৯, ১০, ১১, ১২, ১৩, ১৪'পরি, ১৫, ২১, ২২, ২২'পরি, ২৪, ২৪'পরি

উত্তর ঃ ধরি, একটি বস্তু a সমত্বরণে গতিশীল। সময় গণনার শুরুতে অর্থাৎ t = 0 এর আদিবেগ u হয়। নির্দিষ্ট দূরত্ব অতিক্রম করার যে কোন সময় t পর শেষবেগ v প্রাপ্ত হলে,

গড়বেগ, $\bar{v} = \frac{s}{t}$

$\Rightarrow \frac{u+v}{2} = \frac{s}{t}$

$\Rightarrow s = \frac{u+v}{2} \times t$ .... (i)

ত্বরণ, $a = \frac{v-u}{t}$

$\therefore t = \frac{v-u}{a}$

$\therefore t = \frac{v-u}{a}$ (i) সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$s = \frac{u+v}{2} \times \frac{v-u}{a}$

$\Rightarrow s = \frac{v^2-u^2}{2a}$

$\Rightarrow 2as = v^2 - u^2$

$\Rightarrow v^2 = u^2 + 2as$ (**Proved.**)

***** ৩। প্রমাণ কর যে, $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ (যেখানে প্রতীক গুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে)** বাকাশিবো- ২০০২, ০৩'পরি, ০৪'পরি, ০৫,০৬'পরি, ১৯, ২৩, ২৩'পরি, ২৫

উত্তর ঃ ধরি, একটি বস্তু a সমত্বরণে গতিশীল। সময় গণনার শুরুতে অর্থাৎ $t = 0$ এর আদিবেগ u হয়। নির্দিষ্ট দূরত্ব অতিক্রম করার যে কোন সময় t পর শেষবেগ v প্রাপ্ত হলে,

গড়বেগ,

$$\bar{v} = \frac{s}{t}$$

$$\Rightarrow \frac{u+v}{2} = \frac{s}{t}$$

$$\Rightarrow s = \frac{u+v}{2} \times t \quad .....(i)$$

ত্বরণ, $a = \frac{v-u}{t}$

$$\Rightarrow v - u = at$$

$$\Rightarrow v = u + at$$

∴ v এর মান (i) নং এ বসিয়ে

$$s = \frac{u+u+at}{2} \times t$$

$$\Rightarrow s = \frac{2u+at}{2} \times t$$

$$\Rightarrow s = \left(\frac{2u}{2} + \frac{at}{2}\right) \times t$$

$$\Rightarrow s = \left(u + \frac{at}{2}\right) \times t$$

$$\therefore s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

**** ৪. প্রমাণ কর যে, $S_{th} = u + \frac{1}{2}f(2t-1)$ (যেখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে)** বাকাশিবো- ২০১১'পরি, ১২, ১৩

উত্তর ঃ ধরি, একটি বস্তু a সমত্বরণে গতিশীল,

বস্তুর আদিবেগ = u.

গতিশীল থাকা অবস্থায় কোনো এক বিশেষ সেকেন্ডে বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব S_{th}.

t- সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব S_{th}

ইহা বস্তুর t সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব হতে (t-1) সেকেন্ডের অতিক্রান্ত দূরত্বের বিয়োগফলের সমান।

S_{th} = t sec এ অতিক্রান্ত দূরত্ব - (t-1) সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব

$$S_{th} = ut + \frac{1}{2}at^2 - \left\{u(t-1) + \frac{1}{2}a(t-1)^2\right\}$$

$$= ut + \frac{1}{2}at^2 - \left\{ut - u + \frac{1}{2}a(t^2 - 2t + 1)\right\}$$

$$= ut + \frac{1}{2}at^2 - ut + u - \frac{1}{2}at^2 + \frac{2at}{2} - \frac{a}{2}$$

$$= u + at - \frac{a}{2}$$

$$= u + a\left(t - \frac{1}{2}\right)$$

$$= u + a\left(\frac{2t-1}{2}\right)$$

$$S_{th} = u + \frac{1}{2}a(2t-1) \quad \textbf{(Proved.)}$$

SOS রচনামূলক প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১। দেখাও যে, ভূপৃষ্ঠ হতে সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে যে সময় লাগে নামতেও একই সময় লাগে।** বাকাশিবো- ২০০২, ১০, ১২

উত্তর ঃ ধরি, ভূপৃষ্ঠ হতে সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে সময় $= t_1\ sec$, সর্বোচ্চ উচ্চতা হতে ভূপৃষ্ঠে নামতে সময় $= t_2$ sec

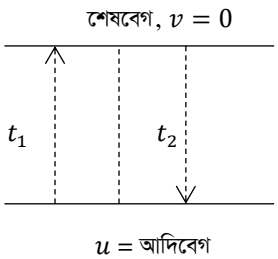
আদিবেগ $= u\ m/s$

শেষবেগ, $v = 0\ m/s$

সর্বোচ্চ উচ্চতায় বস্তুর শেষবেগ শূন্য হয়ে যায়। উঠা ও নামার মোট সময় = T sec

অভিকর্ষজ ত্বরণ $= g\ m/s^2$

∴ আমরা জানি



$$v = u + (-g)t_1$$
$$\Rightarrow 0 = u - gt_1$$
$$\Rightarrow gt_1 = u$$
$$\Rightarrow t_1 = u/g$$

সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে সময় , $t_1 = \frac{u}{g}$ sec .....(i)

আবার, যে জায়গা থেকে উঠবে সে জায়গায় নামলে h = 0 হয়

$$h = uT - \frac{1}{2}gT^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}gT^2 = uT$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}gT = u$$

$$\Rightarrow T = \frac{2u}{g} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{(ii)}$$

∴ বস্তুটির সর্বোচ্চ উচ্চতা থেকে নামতে সময়,

$$t_2 = T - t_1$$

$$= \frac{2u}{g} - \frac{u}{g}$$

$$\therefore t_2 = \frac{u}{g} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(iii)}$$

অতএব সমীকরণ (i) ও (iii) হতে দেখা যায় যে, ভূপৃষ্ঠ হতে সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে ও নামতে একই সময় লাগে। **(দেখানো হলো)**

SOS গাণিতিক সমস্যাবলি ঃ

***** ১। একটি বস্তু 10 সেকেন্ডে 500 মিটার এবং 10th সেকেন্ডে 77 মিটার দূরত্ব যায়। বস্তুটি 5 সেকেন্ডে ও 5th সেকেন্ডে কত দূর যাবে?**

DUET: 02-03, বাকাশিবো- ২০০৬'পরি, ০৭, ০৯, ১৩'পরি, ১৮, ১৮'পরি, ১৯'পরি, ২০

সমাধান ঃ ১ম শর্ত, সময় $t = 10$ sec ও দূরত্ব $s = 500$

আমরা জানি, $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$$\Rightarrow 500 = u \times 10 + \frac{1}{2} \times a \times 10^2$$

$\Rightarrow 500 = 10u + 50a$

$\Rightarrow 10u + 50a = 500 - - - -(1)$

২য় শর্ত, 10 তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $= 77\ m$

Again, $S_{th} = u + \frac{1}{2}a(2t - 1)$

$\Rightarrow 77 = u + \frac{1}{2} \times a(2 \times 10 - 1)$

$\Rightarrow u + 9.5a = 77$ .....(ii)

(i) & (ii) হতে পাই,

$u = 20\ ms^{-1}$

$a = 6\ ms^{-2}$

যখন, t = 5 sec তখন দূরত্ব

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$= (20 \times 5) + \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 5^2\right)$$

$= 175$ m (**Ans.**)

5-তম সেকেন্ডে দূরত্ব

$$S_{th} = u + \frac{1}{2}a(2t - 1)$$

$$= 20 + \frac{1}{2} \times 6 \times (2 \times 5 - 1)$$

$= 47$m (**Ans.**)

২। স্থির অবস্থা থেকে একটি গাড়ি যাত্রা শুরু করে 2 মিনিটে ঘন্টায় 45 km বেগ প্রাপ্ত হয়। গাড়িটির ত্বরণ কত? ঐ সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব বের কর।

বাকাশিবো- ২০০৩, ০৫, ১২'পরি, ১৪

সমাধান ঃ Given, আদিবেগ, $u = 0\ ms^{-1}$

সময়, $t = 2$ min

$= 2 \times 60 \text{ sec} = 120 \text{ sec}$

শেষবেগ, $v = 45 \text{ km/h}$

$= \frac{45 \times 1000}{3600} \text{ m/s}$ $\left[\begin{matrix} 1\text{km} = 1000 \text{ m} \\ 1\text{hr} = 3600 \text{ sec} \end{matrix}\right]$

$= 12.5 \text{ ms}^{-1}$

ত্বরণ $f = ?$

দূরত্ব $s = ?$

We Know, $v = u + ft$

বা, $ft = v - u$

বা, $f = \frac{v-u}{t}$

$= \frac{12.5-0}{120}$

$\therefore f = 0.1042\, ms^{-2}$ **(Ans)**

আবার, $s = \bar{v}t$

বা, $s = \left(\frac{v+u}{2}\right).t$ $\left[\bar{v} = \frac{u+v}{t}\right]$

$= \frac{12.5+0}{2} \times 120$

$\therefore s = 750\, m$ **(Ans)**

৩। $40\ m/s$ বেগে চলমান একটি গাড়িকে ব্রেক করে 10 সেকেন্ডে থামিয়ে দেয়া হলো। গাড়িটির মন্দন ও অতিক্রান্ত দূরত্ব বের কর।

বাকাশিবো- ২০০৭, ১০, ১২, ১৯

সমাধান ঃ Given,

আদিবেগ, $u = 40\ ms^{-1}$

শেষবেগ, $v = 0$

সময়, $t = 10\ sec$

মন্দন $f = ?$

দূরত্ব $s = ?$

We Know,

$v = u - ft$ [মন্দন]

বা, $0 = 40 - f \times 10$

বা, $10f = 40$

$\therefore f = \frac{40}{10} = 4\ m/s^2$ **(Ans)**

আবার, $s = ut - \frac{1}{2}ft^2$

$= 40 \times 10 - \frac{1}{2} \times 4 \times (10)^2$

$= 400 - 200$

$\therefore s = 200\ m$ **(Ans)**